14. Bázis előállítása, dimenziók, koordinátavektor

**Bázis előállítása generátorrendszerből**

1. Generátorrendszert ritkítunk
2. PL A „lineáris függetlenség eldöntéséhez” hasonlóan felírjuk a λu + μv + κw + νx + τ y = 0 egyenletet.
3. RLA megoldása
4. Addig csinájuk újra amíg csak a triviális lin. komb. állítja elő a mátrixot

**Bázis előállítása egyenletrendszer megoldásával**

1. Az altér egy homogén lineáris egyenletrendszer megoldásaiból áll. (Homogén: a jobboldalon 0-k állnak, amiket a kib.egyhómx-ból elhagyunk.) Megoldjuk az egyenletrendszert, és a megoldásokra nyert képlet segítségével találunk bázist.
2. A bázis elkészítéséhez a szp-ek olyan értékadásait keressük, amelyek lin.kombjaként szp-ek tetsz. értékadása előáll. Például ha minden lehetséges módon egy szp-nek 1, a többinek 0 értéket adunk, ilyet kapunk.

**Tétel:** Ha B1 és B2 a V ≤ Rn bázisai, akkor |B1| = |B2|.

**Biz**: Mivel B1 lin.ftn és B2 generátorrendszer V -ben, ezért az FG-egyenlőtlenség miatt |B1| ≤ |B2|. Az is igaz, hogy B2 lin.ftn és B1 generátorrendszer V -ben, ezért az FG-egyenlőtlenség miatt |B2| ≤ |B1| is teljesül.

**Def**: A V ≤ Rn altér dimenziója dim V = k, ha V -nek van k vektorból álló bázisa.

**Állítás**: Ha U ≤ V ≤ Rn, akkor dim U ≤ dim V .

**Biz**: Legyen B az U bázisa. Ekkor B ⊆ V lin.ftn, ezért a korábban látott 2. módszerrel B- ki lehet egészíteni V egy B′ bázisává, így dim U = |B| ≤ |B′| = dim V .

**Állítás**: Ha V ≤ Rn és V1, V2 a V alterei, akkor dim(V1 ∩ V2) + dim V ≥ dim V1 + dim V2.

A képen szöveg, Betűtípus, képernyőkép, kézírás látható

Automatikusan generált leírás

**Köv**: R3-ban bármely két origón áthaladó sík (más szóval: kétdimenziós altér) tartalmaz közös egyenest.

**Def**: Ha B = {b1, b2, . . . , bk} a V ≤ Rn altér bázisa és v = ∑(i=1-k) λibi,

akkor a v vektor B bázis szerinti koordinátavektora

**Állítás**: Ha B = {b1, b2, . . . , bk} a V altér bázisa, u, v ∈ V és λ ∈ R, akkor (1) [u + v]B = [u]B + [v]B ill. (2) [λu]B = λ[u]B .

A képen szöveg, Betűtípus, kézírás, képernyőkép látható

Automatikusan generált leírás

**Megj**: A fenti állítás azt mutatja meg, hogy Rn bármely V altere lényegében ugyanúgy viselkedik, mint az Rk tér, ahol k = dim V .

**Koordinátavektor kiszámítása**

**Módszer**: A generált vektor számítására tanult eljárást követjük: megoldjuk a (pl) λ1b1 + λ2b2 = v egyenletnek megfelelő lineáris egyenletrendszert.